|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 組 | 番 |  |

**単振動の量子化を試みる**

水素原子では、電子がクーロン力で等速円運動しているのが量子化されたが、物質は原子や電子の集まりで、それら束縛された物体の運動は単振動で近似できる。単振動する物体の量子化を試みて、物質に共通して現れる量子現象を考える。

ばね定数*k*の弾性力*F=kx*を受ける質量*m*の物体を考えると、次のように単振動している。

*r* = *A* sin(2π*t*) *v* = 2π*A* cos(2π*t*) ただし、 　　A：初期条件で決まる振幅

水素原子の量子化条件は、

**＋**

**―**

**＝整数・・・（＊）**

であった。そこで、単振動の円周に相当する量は何か考える。

往復の変位 -A → A → -Aとすれば、

 **=*n***

しかし分母のド・ブロイ波長は単振動では*v*の時間変化によって一定値ではなくこれは使えない。。

位置*r*が変化していくと波長λも変化するので、変化していくものの合計として考えて

**・・・（＊＊）**

（2は往復なので）

としてみることにする。

ド・ブロイ波長、を*t*ではなく*r*の関数として表すため、sin2(2π*t*)+cos2(2π*t*)=1　を使う。

*=*1

これから*v*を*r*で表すと

*v* .

したがってド・ブロイ波長λを*v*を使わずに*r、h , m , A ,* であらわすと

λ(*r*)

となる。これを量子条件の積分の式に代入して

ここで積分を実行するため変数変換をする。と置くと、 で は

　であるから、量子条件はつぎのように表される。

を使ってを*k,m*で表し、*A*2を*n , h , m , k*で表すと

＝

したがって振幅*A*は自由な値が許されず、*n*=1,2,3…によってとびとびの振幅の大きさだけが生じる。

次にエネルギー準位を考えると

エネルギーは保存されるので、変位最大*r*=*A*で速度が*v*=0のところで計算すればいい。

したがってエネルギーを*n , h , m , k*で表すと

これを単振動の振動数，量子数，およびを用いて表すと

*En*＝　 となる。

したがってエネルギー準位は*n*=1,2,3…によっての整数倍の値だけが生じる。

　バネによる単振動を量子化すると、*h*という量子の整数倍のエネルギーしか出てこないので、同じエネルギーを持った物質が１個、２個、３個・・・とある状況に似ていて、\*\*オンと名付けて粒子のように扱う。

結晶の熱による原子の振動をフォノン、磁化の振動をマグノン、電磁場の振動をフォトン等など。

こうした物質中や真空中の様々な粒子の生成消滅は『場の量子論』と呼ばれている。